



モデル予測型PID制御の一構成

著者	中村 亘, 河辺 徹
雑誌名	日本機械学会論文集
巻	83
号	845
ページ	15-00617
発行年	2017-01
権利	(C) 2017 The Japan Society of Mechanical Engineers
URL	http://hdl.handle.net/2241/00150565

doi: 10.1299/transjsme.15-00617

モデル予測型 PID 制御の一構成

中村 亘^{*1}, 河辺 徹^{*2}

A configuration of model predictive PID control

Ko NAKAMURA^{*1} and Tohru KAWABE^{*2}

^{*1} AMADA ENGINEERING CO., LTD.

200 Ishida, Isehara-shi, Kanagawa 259-1196, Japan

^{*2} Division of Information Engineering, Faculty of Engineering, Information and Systems, University of Tsukuba
1-1-1 Tennodai, Tsukuba-shi, Ibaraki 305-8573, Japan

Received 16 August 2013

Abstract

Although PID control is still widely used in the industry, it isn't answered a high performance demand. On the other hand, the model predictive control (MPC) is paid attention as effective control but it takes much cost to introduce MPC instead of the PID control since the MPC structure quite different from the PID control. To defeat such situation, this paper proposes a model predictive PID Control method. In this method, the PID control gains are derived by solving the constrained optimization problem based on MPC algorithm without using inverse matrixes. The numerical simulations show that the proposed method is effective for various control systems.

Key words : MPC (model predictive control) , PID control, Heat conduction system, Mobile robot

1. は じ め に

PID 制御は構造が簡単で動作が直感的にわかりやすく使いやすいため、古くから産業界で幅広く用いられてきた歴史があり、その長年にわたる運用実績が蓄積されており信頼性も高い。その性能は3つのPIDゲインのチューニングにより大きく左右されるため、その方法については古くからさまざまな手法が提案されてきた(システム制御情報学会, 1992)(山本, 加藤, 2005)。しかし、近年制御システムに対する性能要求が高度化されるにつれ、従来のPID制御ではその要求に答えることが困難になりつつある。

その一方で、近年注目されているのがモデル予測制御(MPC: Model Predictive Control)である。MPCは制約を陽に考慮でき、制御周期ごとに最適な入力を計算する(Maciejowski, 2005)というPID制御にない特長を持っている。PIDゲインにより制御入力の挙動が変わるPID制御に比べ、MPCは制御周期ごとに制御入力そのものを最適化するもので制御器の構造は大きく異なる。そのため、現在稼働しているシステムではPID制御の利用が大半を占めている状況下において、MPCを新たに実装し導入するためには制御器や制御系の構造を大きく変えなければならない。また、その変更に対する各種条件下での実用性の検証が必要で多大なコストや労力がかかることから、PID制御をそのまま即座にMPCに切り替えることは容易ではない。

このように、PID制御とMPCはそれぞれにメリット・デメリットを持つ。そこで本論文では、制御器の構造は従来と同じPID制御を用い、設計手法としてMPCアルゴリズムを用いることで、制約条件を陽に考慮した最適

な PID ゲインを制御周期ごとに再計算するモデル予測型 PID (MP-PID : Model Predictive -PID) 制御を提案する。この制御法では、制約条件を陽に考慮した制御、制御周期ごとの最適な制御、という MPC の 2 つのメリットを持ち、従来の PID 制御に比べて性能向上が期待できる。さらに、PID 制御器の構造は保ったままなので PID 制御によるこれまでの知見を活用できるメリットがある。例えば、これまでの運用実績から PID ゲインのおおよそのレンジ幅が見積れること、また PID 制御と他の制御 (たとえば ON-OFF 制御など) を状況により使い分けている場合でも PID 制御の部分のみ制御プログラムを置き換えれば済むなど、MPC に完全に置き換えるよりも導入が容易である。すなわち、提案手法は PID 制御、MPC それぞれのメリットを融合した制御だといえる。

なお、MPC のアルゴリズムに基づいて PID ゲイン設計を行う手法はこれまでも例えば、一般化モデル予測制御 (Generalized Predictive Control:GPC) に基づく固定 PID ゲインを導出するもの (増田他, 2002) (Sato, 2010)、制御周期ごとのオンラインチューニングを行うもの (Xu et al., 2005) が提案されている。しかし、これらは制御対象を入出力モデルで表しており入力や状態量の制約について考慮していない点、または連続時間システムを対象としている点から本論文で提案するものとは本質的に異なる。また、電気自動車のスリップ抑制問題に対して離散時間状態空間モデルを用いた最適 PID ゲイン導出を行うもの (河辺他, 2011) があるが、この手法では制御対象の状態空間モデルのシステム行列や出力行列の逆行列が必要であるためにスカラー系以外で適用できるシステムに限られており、汎用的な手法として確立されていない。提案手法は、一般的に制御系設計に用いられる離散時間状態空間モデルに対する、より汎用的な MP-PID 制御手法である。

提案する MP-PID 制御手法の汎用性を示す一例として、本論文では、2 つの性質の異なる制御対象を取り上げる。

1 つ目は、フィルム包装機やプラスチック成形機などの熱伝導システムの温度制御である。高い製品加工品質を実現するためには特定の部材・部位の温度を高精度に制御することが求められる一方、過加熱はエネルギーの無駄であるばかりか、構成部材の限度をこえる過昇温が生じた場合にはシステムの安全性や耐久性に悪影響を及ぼす恐れがあるため、最高温度制約を考慮しながら適切な熱量を与えるようヒータを高精度に温度制御することが求められる。加えて、システム外部からの被加熱部材の投入や使用環境の変化に伴う伝熱特性の変化も起こりうる。このような熱伝導システムに対する高品質化・省エネルギー化や更なる安全性の向上の要求に対し、従来広く用いられてきた PID 制御による制御、すなわち適切な固定 PID ゲインの設計は困難になりつつある。一方で、ひとたび不適切な制御が行われてしまうと先に述べた過昇温による機材の損傷といった恐れがあるため、PID 制御から構造の大きく異なる制御系に直接替えることには大きなリスクが存在してしまう。このような対象に対して、提案手法は効果的な制御ができることを示す。

次の例として、移動ロボットの制御問題を考える。ここでも、PID 制御がその簡便さを活かし初期導入として一般によく用いられているものの、例えばロボットに人間の代替作業を行わせる目的のため、近年その制御は高度で複雑な性能が要求され、やはり PID 制御ではその要求を満たす性能を発揮することができなくなりつつある。具体例として、筆者らの文献 (Nakamura and Kawabe, 2010) に示した 2 輪型移動ロボットを対象とした協調運搬作業制御を取り上げる。これは、先行して走行する移動ロボットに対する相対距離制約を満たしつつ後続の移動ロボットを追従走行させることで、この 2 台の移動ロボットにより荷物を運搬するものである。2 台が荷物の長さ に比して離れすぎても近づきすぎても荷物のバランスが崩れて落下、破損する恐れがあるため、相対距離制約を満たすことが必須だが、先行移動ロボットが任意軌道を走行する場合、後続のロボットを PID 制御で追従制御させることは難しい。そのため同文献では MPC を用いたように、導入コストを投じてでも PID 制御以外の別の高度な制御系を用いる必要性がある問題に対して、提案手法の有効性を示す。

これらの制御問題は、従来の PID 制御のままでは制御が困難なため高度な制御系を導入したいがコストやリスクが生じる具体的な事例である。加えて、制御対象はそれぞれ熱系と機械系で特性が一般に大きく異なるものであり、また 2 輪型移動ロボットの制御問題は従来の文献 (河辺他, 2011) では取り上げられていない多入力系である。これらの制御問題に対し、提案する MP-PID 制御により PID 制御の構造のまま制約を考慮した高度な制御を実現できることを数値例より明らかにすることで、提案手法が広く一般的な制御対象に対し有効な汎用的で実用的な手法であることを示す。

本論文の構成は以下の通りである。2 章にて一般的な MP-PID 制御系設計と、上に述べた 2 つの制御問題に対する適用について示す。続いて 3 章では MP-PID 制御の数値例の結果を示す。最後にまとめを述べる。

2. モデル予測型 PID 制御

この章では、本論文で提案するモデル予測型 PID 制御の設計法について述べる。制御系設計モデルが線形状態空間モデルであるとき、MPC は予測区間 H_p にわたる未来の予測入力に関する最適化問題を解くことへと帰着されるが、提案する MP-PID 制御では、PID ゲインに関する最適化問題に帰着されることを示す。

制御対象の制御系設計モデルは式 (1) に示す時 (不) 変線形状態空間モデルで表されるとする。ここで、 $x[k]$ は $x[k] = [x_1[k], \dots, x_n[k]]^T$ の n 次元状態量ベクトル、 $u[k]$ は $u[k] = [u_1[k], \dots, u_m[k]]^T$ の m 次元入力ベクトル、 α は $\alpha = [\alpha_1, \dots, \alpha_n]^T$ の n 次元定数項ベクトル (零ベクトルでも良い)、 $y[k]$ は $y[k] = [y_1[k], \dots, y_l[k]]^T$ の l 次元出力ベクトルとし、 G, H, F, C はそれぞれ適切な大きさの係数行列とする。

$$\begin{aligned} x[k+1] &= G[k]x[k] + H[k]u[k] + F[k]\alpha \\ y[k] &= C[k]x[k] \end{aligned} \quad (1)$$

ここで時刻 k において、予測区間 H_p にわたる予測応答 $\hat{x}[k+j+1] (0 \leq j \leq H_p-1)$ は式 (1) を用いて

$$\begin{aligned} &\cdot j=0 \text{ のとき} \\ \hat{x}[k+j+1] &= G[k]\hat{x}[k] + H[k]\hat{u}[k] + F[k]\alpha \\ &\cdot 1 \leq j \leq H_p-1 \text{ のとき} \\ \hat{x}[k+j+1] &= \left(\prod_{p=0}^j G[k+p] \right) x[k] + H[k+j]u[k+j] + \sum_{q=0}^{j-1} \left(\prod_{p=q+1}^j G[k+p] \right) H[k+q]u[k+q] \\ &\quad + \sum_{q=0}^{j-1} \left(\prod_{p=q+1}^j G[k+p] \right) F[k+q]\alpha + F[k+j]\alpha \end{aligned} \quad (2)$$

と表される。ただし、 $\prod_{p=0}^j G[k+p] = G[k+j] \cdot G[k+j-1] \cdots G[k]$ とする。式 (1), (2) より、予測出力 $\hat{y}[k+j]$ は以下の式 (3) で表される。

$$\hat{y}[k+j] = C\hat{x}[k+j] \quad (3)$$

また、式 (2) に表れる、PID 制御による制御入力ベクトル $\hat{u}[k+j] (0 \leq j \leq H_p-1)$ の i 番目の要素 $\hat{u}_i[k+j]$ は、PID ゲイン $\theta_i = (K_{Pi}, K_{Ii}, K_{Di})$ を用いて、式 (4) となる。同式中の \hat{e}_g は予測出力ベクトル $\hat{y}[k+j]$ の g 番目の要素と、出力ベクトル各要素の目標値からなるベクトル $T_r[k+j] = [T_{r1}[k+j], \dots, T_{rl}[k+j]]^T$ の g 番目の要素 T_{rg} との偏差量 (5) である。ここで、 $i = 1, \dots, m$ であり、 $g = 1, \dots, l$ である。

$$\hat{u}_i[k+j] = K_{Pi}\hat{e}_g[k+j] + K_{Ii}\sum_{s=0}^{k+j}\hat{e}_g[s] + K_{Di}(\hat{e}_g[k+j] - \hat{e}_g[k+j-1]) \quad (4)$$

$$\hat{e}_g[k+j] = T_{rg}[k+j] - \hat{y}_g[k+j] \quad (5)$$

なお、広くデジタル制御において PID 制御は位置型よりも速度型演算として実装されることが多い。したがって、PID 制御から MP-PID 制御へのスムーズな移行のために速度型 PID 制御としても設計できる。式 (4) を速度型 PID 制御の式に変形すると以下の式 (6) となる。

$$\begin{aligned} \Delta\hat{u}_i[k+j] &= \hat{u}_i[k+j] - \hat{u}_i[k+j-1] \\ &= K_{Pi}(\hat{e}_g[k+j] - \hat{e}_g[k+j-1]) + K_{Ii}\hat{e}_g[k+j] + K_{Di}(\hat{e}_g[k+j] - 2\hat{e}_g[k+j-1] + \hat{e}_g[k+j-2]) \end{aligned} \quad (6)$$

以上の準備より、時刻 k における $3m$ 個の PID ゲイン $\theta[k] = (\theta_1[k], \dots, \theta_m[k])$ を求めるための最適化問題を考える。まず、評価関数は一般的な MPC で用いられている式 (7) とする。式中の $\text{diag}(q_1, \dots, q_n)$ は対角要素が q_1, \dots, q_n となる n 次行列である。

$$\begin{aligned} J_{LQ}[k] &= \sum_{j=0}^{H_p-1} \left(\hat{e}^T[k+j+1]\text{diag}(q_1, \dots, q_l)\hat{e}[k+j+1] + \hat{u}^T[k+j]\text{diag}(r_1, \dots, r_m)\hat{u}[k+j] \right) \\ &= \sum_{j=0}^{H_p-1} \left(\sum_{g=1}^l q_g \hat{e}_g^2[k+j+1] + \sum_{i=1}^m r_i \hat{u}_i^2[k+j] \right) \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、時刻 k において式 (1) 中の $x[k]$ が既知で T_r が与えられれば、式 (2)～(5) より、 $\hat{y}[k+j+1]$, $\hat{e}[k+j+1]$ ($j=0, \dots, H_p-1$) は $\hat{u}[k+q]$ ($q=0, \dots, j$) によって定まることがわかる。さらに、式 (4) または式 (6) より $\Delta\hat{u}[k+q]$ は、 $\hat{e}[k+q-2]$ から $\hat{e}[k+q]$ までの 3 つの値を用いる θ の関数である。したがって、 $\hat{e}[k+j+1]$, $\hat{y}[k+j+1]$, $\hat{u}[k+j]$, ($j=0, \dots, H_p-1$) は θ の関数である。すなわち J_{LQ} は PID ゲイン θ の関数であるから、その最適化問題における評価関数として用いることができる。なお、偏差量 \hat{e}_g に対する重み q_g および入力 u_i に対する重み r_i は、設計目的から定める。例えば、制御性能のみ考慮し、入力 u については考慮しないならば、入力重みは無くてもよい ($r_i=0$)。ただし、入力コストを低減したいという要求が設計目的に加わることを想定して、入力重みも含めた一般的な（出力偏差と入力それぞれに重みをとる）評価関数を定義しておく。また、予測区間 H_p の長さは、予測出力 \hat{y} が入力 u の影響を受ける十分な長さをとる必要がある（そうでなければ予測区間で出力が変化せず、最適化問題として意味を持たない）ことに留意する。

次に、各種の制約条件について考える。出力ベクトル y の各要素に関する制約として式 (8) が与えられたとき、先に述べたように y は θ の関数であるので、最適化問題に制約条件として付加できる。なお、 \hat{y}_g の最小値を $y_{g,\min}$ 、最大値を $y_{g,\max}$ と表した。

$$y_{g,\min} \leq \hat{y}_g[k+j] \leq y_{g,\max} \quad (g=1, \dots, l) \quad (8)$$

同様に、入力 u も θ の関数であることから、式 (9) に示す入力ベクトルの各要素に対する制約を最適化問題に与えることができる。 \hat{u}_i の最小値を $u_{i,\min}$ 、最大値を $u_{i,\max}$ と表した。

$$u_{i,\min} \leq \hat{u}_i[k+j] \leq u_{i,\max} \quad (i=1, \dots, m) \quad (9)$$

さらに、PID ゲイン θ に関する制約も考慮すべきである。実用の観点から取りうるゲインの範囲を無制限にすることは好ましくなく、また、これまでの運用による知見から PID ゲインに制限を設けることが考えられる。これを以下の式 (10) で表し、この制約も最適化問題に与える。ただし、 $K_{Pi,\min}$, $K_{Ii,\min}$, $K_{Di,\min}$ は、それぞれ $\theta_i = (K_{Pi}, K_{Ii}, K_{Di})$ の取りうる最小値であり、 $K_{Pi,\max}$, $K_{Ii,\max}$, $K_{Di,\max}$ はそれらの最大値である。

$$K_{Pi,\min} \leq K_{Pi}[k] \leq K_{Pi,\max}, \quad K_{Ii,\min} \leq K_{Ii}[k] \leq K_{Ii,\max}, \quad K_{Di,\min} \leq K_{Di}[k] \leq K_{Di,\max} \quad (i=1, \dots, m) \quad (10)$$

以上より、時刻 k で解くべき PID ゲイン最適化問題は、

$$\begin{aligned} & \min_{\theta[k]} J_{LQ}(\theta[k]) \\ & \text{s.t. } \hat{x}[k] = x[k], \text{ 式 (1)-(10), } j=0, \dots, H_p-1 \end{aligned} \quad (11)$$

となる。 J_{LQ} は θ の要素に関して非線形関数になるので、非線形計画法や、あるいは計算機的能力に応じた刻み幅で離散化される θ を全探索することで解くことができる。これにより、時刻 k における最適 PID ゲインが最適化問題 (11) の解として得られ、式 (4) (または式 (6)) より最適入力計算できる。次の制御周期時刻 $k+1$ に移ったら、その時刻をふたたび時刻 k として改めて最適化問題 (11) を解き、式 (4) (または式 (6)) により最適ゲインを求めることを制御周期ごとに繰り返す。この手法では文献 (河辺他, 2011) で用いていた $C^{-1}, (G[k])^{-1}$ が不要なので、より一般的なシステムに適用できる。

続いて、1 章にて述べた 2 つの制御問題に対する MP-PID 制御の適用について述べる。

2.1 熱伝導システム

制御の目的は、熱伝導システム中の特定部位の温度を制御出力温度 y として、これをある目標温度 T_r へ制御することである。ただし、加熱途中で、異なる伝熱特性を持つ a 種類の被加熱部材がある周期でシステム中へ投入される。これによりシステム内の伝熱特性に変化が生じるが、そのような状況下においてもできるだけ早く目標温度へ到達し、かつ目標温度付近で安定した温度挙動となることが求められる。

離散時間線形状態空間モデルによる熱伝導システムの温度動特性を示すプラントモデル、制御出力温度 y と最高温度 y_M を示す出力方程式はそれぞれ式 (12)～(15) の通りである。なお、離散時間ステップ周期と制御周期

が異なることを想定し、文献（中村，河辺，2011）に倣って時刻 l の値を $x(l)$ などと表記している。

$$\begin{bmatrix} x_1(l+d_1) \\ \vdots \\ x_n(l+d_n) \end{bmatrix} = A(l)x(l) + b(l)u(l) + D(l)\alpha \quad (12)$$

$$(A(l), b(l), D(l)) \in \left\{ (A^{(i)}, b^{(i)}, D^{(i)}) \mid i = 1, \dots, a+1 \right\} \quad (13)$$

$$y(l) = cx(l) \quad (14)$$

$$y_M(l) = c_M x(l) \quad (15)$$

対象とする熱伝導システムは先にも述べたように、複数部材から構成され、被加熱部材が既知のタイミングで投入されるとする。熱の伝わる部材が複数ある際に、個々の部材の特性や熱の移動時間を考慮し、状態量は部材上の適当な点の温度をとることにすると、部材間の熱のやり取りなどによる熱の移動時間や、逆にしばらく時間が経過しても残る影響を考慮する必要が生じる。このような温度動特性は、被加熱部材の投入有無や、その被加熱部材自身の伝熱特性によりいくつかのパターンをとる、それらのパターンごとの熱伝導方程式（日本機械学会，2005）に対する有限差分法により導出される離散時間の温度挙動モデルを用いたシステム同定（システム情報制御学会，1994）により、式（12）に示す複数の異なるむだ時間 d_i を持つ線形差分式モデルとして表すことができる。伝熱特性のパターンが $a+1$ 通り（ a 種の被加熱部材のいずれかが投入されているとき、いずれも投入されていないときがあるので伝熱特性は $a+1$ 通り）のとき、これらをシステム行列 A 、入力行列 b および定数温度の係数行列 D の組に対し、上付き添え字 (i) を用いて式（13）のように表す。また、 i をプラントインデックスと呼ぶものとする。ここで、ヒータのデューティ比を制御入力 u とし、 u 、制御出力温度 y および y_M はスカラーとした。

続いて、制御系設計モデルを導出する。MP-PID 制御では、MPC のアルゴリズムに従い、現在時刻 k からある予測区間 H_p にわたる $k+H_p$ までの出力挙動を制御系設計モデルを用いて予測する。ここで、プラントモデル（12）左辺は状態量 x の各要素それぞれが異なるむだ時間をもっているため、必要な過去の温度まで状態量に含めた拡大系を考えることで一般的な離散時間状態方程式の形で表現することができるが、システムによっては拡大系の次数が元の式（12）の次数より非常に大きくなってしまふことがある。したがってこの場合、プラントモデル（12）をそのまま制御系設計モデルとして予測計算に用いるのは好ましくない。これを回避するために、文献（中村，河辺，2011）の手法により導出した近似モデルを制御系設計モデルとして利用した。この方法は熱伝導システムの温度挙動のように状態量の変動がそれほど激しくない場合に精度良い近似モデルを導出でき、今回の場合に有効であることが期待できる。なお、この文献では定数項 $D^{(i)}\alpha$ を扱っていないが、 α を状態量に含めた拡大系

$$\begin{bmatrix} x(l+1) \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{(i)} & D^{(i)} \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(l) \\ \alpha \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b^{(i)} \\ 0 \end{bmatrix} u(l)$$

に対して同文献の手法により近似モデルを導出した後、得られた近似モデルの状態量から定数項部分を外せば以下の式（16）が得られる。

$$\begin{aligned} x[k+1] &= G[k]x[k] + H[k]u[k] + F[k]\alpha \\ y[k] &= C[k]x[k] \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、予測出力温度 \hat{y} 、目標温度 T_r 、PID ゲイン $\theta = (K_P, K_I, K_D)$ を用いて、入力 $\hat{u}[k]$ を以下の式（17）により定める。

$$\hat{u}[k+j] = K_P \hat{e}[k+j] + K_I \sum_{s=0}^{k+j} \hat{e}[s] + K_D (\hat{e}[k+j] - \hat{e}[k+j-1]) \quad (17)$$

$$\hat{e}[k+j] = T_r[k+j] - \hat{y}[k+j] \quad (18)$$

さて、対象とする熱伝導システムには、考慮すべき以下3つの制約条件が存在する。

第一に最高温度制約である。加熱を生じる熱伝導システムにおいては、先に述べたように構成部材の許容する温度制約を遵守することが重要であり、 T_M を許容される最高温度とすると、式（19）を常に満足しなければなら

ない。

$$y_M[k] \leq T_M \quad (19)$$

第二に入力制約である。上述の式 (16) において制御入力 $u[k]$ はデューティ比であり、したがって 0 以上 100 以下の値であるから式 (20) で表される制約を持つ。

$$0 \leq u[k] \leq 100 \quad (20)$$

第三に、PID ゲイン制約を以下の式 (21) で表す。

$$K_{P,\min} \leq K_P[k] \leq K_{P,\max}, \quad K_{I,\min} \leq K_I[k] \leq K_{I,\max}, \quad K_{D,\min} \leq K_D[k] \leq K_{D,\max} \quad (21)$$

以上より、熱伝導システムの制御問題における MP-PID 制御は、以下の PID ゲイン最適化問題 (22) を制御周期ごとに解くことになる。

$$\begin{aligned} & \min_{\theta[k]} J_{LQ}(\theta[k]) \\ & \text{s.t. } \hat{x}[k] = x[k], \text{ 式 (2), (3), (7), (16)–(21), } j = 0, \dots, H_p - 1 \end{aligned} \quad (22)$$

2.2 協調運搬作業問題

1 章にて概説したとおり、ここで扱う協調運搬作業とは、2 台の二輪駆動型移動ロボット Leader と Follower を用い、その上部に例えば棒状の搬送物を載せて目的の場所へ運ぶ作業である。任意の走行路をとる Leader に対し、Follower 側の左右輪トルクを適切に制御することで Follower を Leader に追従させる。ただし、搬送物が落下したり変形したりしないよう、2 台の相対距離 $D = \sqrt{(p_{xL} - p_x)^2 + (p_{yL} - p_y)^2}$ (ただし p_{xL}, p_{yL} は Leader の x, y 座標、 p_x, p_y は Follower の x, y 座標) に対する制約があり、Follower はその制約を満たしつつ追従しなければならない (図 1, 2)。詳細は文献 (Nakamura and Kawabe, 2010) を参照されたい。この文献では、MPC の応用により協調運搬作業問題を左右輪トルクの制約付き最適化問題へと帰着させたが、本論文では提案する MP-PID 制御により左右輪トルクを制御する。

移動ロボット Follower の離散時間状態空間モデルを

$$\begin{aligned} x[k+1] &= G[k]x[k] + H[k]u[k] \\ y[k] &= Cx[k] = x[k] \end{aligned} \quad (23)$$

で表す。ここで、状態量ベクトル x は Follower の右輪速度 p_{v1} 、左輪速度 p_{v2} を用いて $x = [x_1 \ x_2]^T = [p_{v1} \ p_{v2}]^T$ とする。同じく入力ベクトルは右輪トルク u_1 、左輪トルク u_2 を用いて $u = [u_1 \ u_2]^T$ とする。

左右輪の各トルク制御にそれぞれ PID 制御器を用いることとし、式 (24), (25) の通り、右輪トルクは右輪目標速度 p_{v1r} と右輪速度 p_{v1} との偏差 e_1 を、左輪トルクは左輪目標速度 p_{v2r} と p_{v2} との偏差 e_2 をそれぞれの PID 制御器への入力とする。

$$u[k] = \begin{bmatrix} u_1[k] \\ u_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{P1}e_1[k] + K_{I1}\sum_{s=0}^k e_1[s] + K_{D1}(e_1[k] - e_1[k-1]) \\ K_{P2}e_2[k] + K_{I2}\sum_{s=0}^k e_2[s] + K_{D2}(e_2[k] - e_2[k-1]) \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$e[k] = \begin{bmatrix} e_1[k] \\ e_2[k] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{v1r}[k] - p_{v1}[k] \\ p_{v2r}[k] - p_{v2}[k] \end{bmatrix} \quad (25)$$

ここで、 p_{v1}, p_{v2} は、重心と車輪の距離 τ を用いて以下のように並進速度 p_v 、回転角速度 p_ω から算出できる。

$$p_{v1} = p_v + \tau p_\omega, \quad p_{v2} = p_v - \tau p_\omega$$

同様の計算で、 p_{v1r}, p_{v2r} も著者らの提案手法 (Nakamura and Kawabe, 2010) にて導出される目標並進速度 p_{vr} 、目標回転角速度 $p_{\omega r}$ から算出できる。

$$p_{v1r} = p_{vr} + \tau p_{\omega r}, \quad p_{v2r} = p_{vr} - \tau p_{\omega r}$$

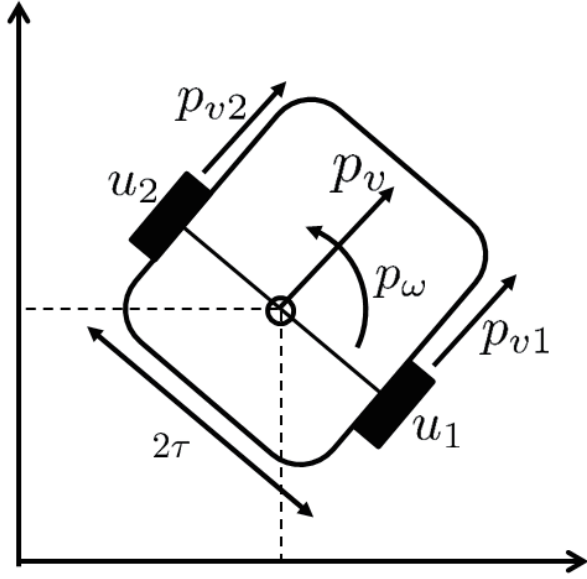


Fig. 1 Schematic view of two wheeled mobile robot. u_1 expresses torque of right wheel and u_2 is one of left wheel. Translational velocity and rotation angular velocity of the robot are expressed in p_v and p_ω respectively.

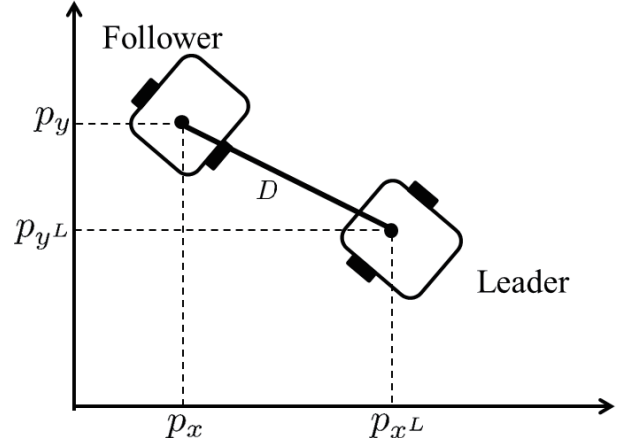


Fig. 2 Schematic view of cooperative carrying task by two - two wheeled mobile robots. To avoid dropping the carrying object, Follower need to track Leader so as not to violate the constraint of relative distance D . Torques of Follower are controlled to track Leader.

以上より評価関数 (7) は $\theta = (K_{P1}, K_{I1}, K_{D1}, K_{P2}, K_{I2}, K_{D2})$ の関数となる。

出力ベクトルの各要素に関する制約については、

$$\begin{aligned} p_{v1,min} &\leq p_{v1} \leq p_{v1,max} \\ p_{v2,min} &\leq p_{v2} \leq p_{v2,max} \end{aligned} \quad (26)$$

とする。ここで、やはり著者らの提案した制約変換手法による並進速度、回転角速度それぞれの最大値 $p_{v,max}$, $p_{\omega,max}$ および最小値 $p_{v,min}$, $p_{\omega,min}$ を用いて

$$p_{v1,max} = p_{v,max} + \tau p_{\omega,max}, \quad p_{v2,max} = p_{v,max} - \tau p_{\omega,max}, \quad p_{v1,min} = p_{v,min} + \tau p_{\omega,min}, \quad p_{v2,min} = p_{v,min} - \tau p_{\omega,min}$$

と算出できる。

これより、時刻 k における最適化問題は式 (27) となる。

$$\begin{aligned} \min_{\theta[k]} & J_{LQ}(\theta[k]) \\ \text{s.t. } & \hat{x}[k] = x[k], \text{ 式 (2), (3), (7), (23)–(26), } j = 0, \dots, H_p - 1 \end{aligned} \quad (27)$$

3. 数 値 例

本章では、1 節にて熱伝導システムの温度制御問題、続いて 2 節にて移動ロボットの協調運搬作業問題を対象とした数値例を示し提案手法の有効性を示す。

3.1 数値例 1 (熱伝導システムの温度制御)

制御の目的は 2.1 節にて述べたとおり、熱伝導システム中の特定部位の温度を制御出力温度 y を目標温度 T_r へ制御することである。ここでは熱伝導システムの一例として、オフィス用プリンタなどに用いられる電子写真方式プリンタ (山田他, 1997) 内のトナー定着システム (図 3) を対象とする。同システムはトナーを熱で溶融しつつ紙に圧着させて印刷するものである。

図 3 中に示す各点の位置の温度をそれぞれ状態量 x_1 から x_9 , ヒータのデューティ比を制御入力 u とする。また、被加熱物である紙の温度が T_{mat} , 同システム外部の温度が T_{amb} となる。ヒータはローラ内部にあり、まず、その

熱が x_8 位置のローラ表面へ伝熱する。ローラは回転しており、加熱された表面部は x_3 位置付近へ移動し被加熱物である紙と紙上のトナーに接触する。紙上のトナーはローラ表面の熱で溶融しつつ、2つのローラ間を通過する際に紙に圧着される。その後、加熱されたローラ表面部は、被加熱物(紙)や下部ローラ (x_4 等のあるローラ) 側に熱量を奪われつつ x_1 位置へ達し、さらに x_8 へ到達して再度ヒータから加熱される。ここで、各ローラは芯金となる金属部や表面のゴムベルト部、トナー圧着部のパッド部などの複数構成部材からなるものである。また、最高部材温度はヒータから熱せられる x_8 となる。

また、このような印刷の品質評価には、しばしばトナーを溶融させるローラ表面の温度が一定になっているかどうか用いられる。そのため、本数値例では、温度 x_1 が一定かどうかで品質を評価するべく、 x_1 位置の温度を制御出力とする。

次に、被加熱物の伝熱特性のパターンを表すプラントインデックスについて図4に示す。インデックスはそれぞれ1が「紙無し」、2が「紙有り(トナー有り)」、3が「紙有り(トナー無し)」を表している。

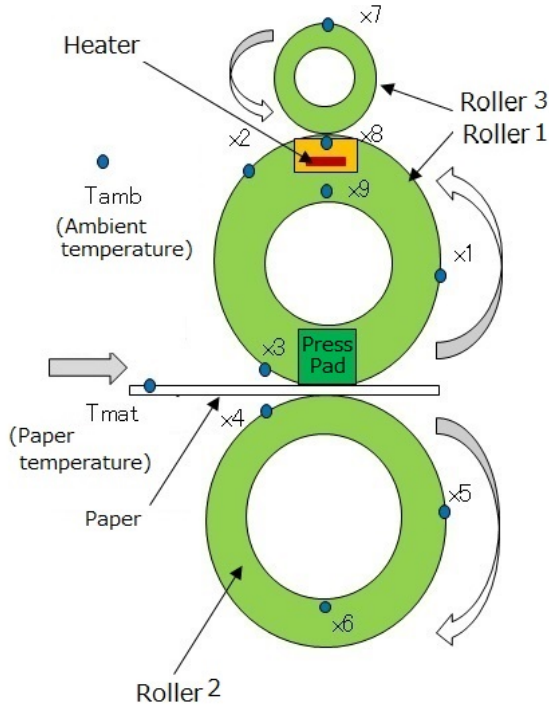


Fig. 3 Schematic view of the fuser system in a printer. Paper with toner is heated and is pressed by roller1 and roller2. Roller1 is heated by heater, and roller3 is helpful to avoid reduction in temperature of roller1. The elements of the state vector are the temperatures of $x_1 \sim x_9$, T_{amb} and T_{mat} (painted blue circle).

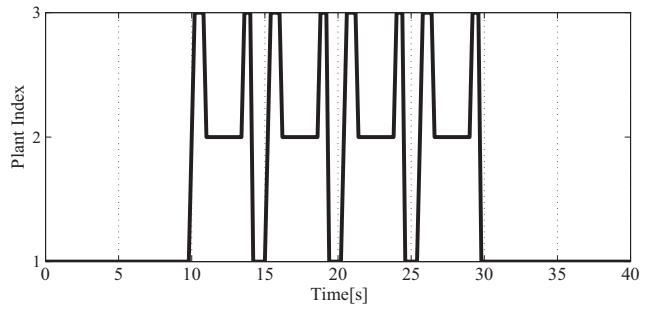


Fig. 4 Time history of plant index i . $i = 1$ means no paper in the fuser system, $i = 2$ is paper without toner in the system and $i = 3$ is paper with toner in the system.

熱伝導システムの温度動特性を示す差分方程式によるプラントモデル、制御出力温度 y と最高温度 y_M を示す出力方程式は、それぞれ式 (28) ~ (31) の通りである。なお、これらの式は、定着システムの熱伝導方程式から参考文献 (伊藤, 2009) により導出される高次の詳細モデル式を利用したシステム同定により求めた。また、差分方程式の離散化ステップ幅は 40[ms]、システムの制御周期は 200[ms] とした。

$$\begin{aligned} & \left[x_1(l+2) \ x_2(l+4) \ x_3(l+3) \ x_4(l+7) \ x_5(l+2) \ x_6(l+15) \ x_7(l+5) \ x_8(l+1) \ x_9(l+1) \right]^T \\ & = A(l)x(l) + b(l)u(l) + D(l) \begin{bmatrix} T_{mat} \\ T_{amb} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

$$(A(l), b(l), D(l)) \in \left\{ (A^{(i)}, b^{(i)}, D^{(i)}) \mid i = 1, 2, 3 \right\} \quad (29)$$

$$y(l) = cx(l) = x_1(l) \quad (30)$$

$$y_M(l) = c_M x(l) = x_8(l) \quad (31)$$

ここで, T_{mat} は被加熱部材のシステム投入前温度, T_{amb} は外気温である. $(A^{(i)}, b^{(i)}, D^{(i)})$ の値は以下の通りとした.

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.779221 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 182 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.367451 & 0 & 0 \\ 0 & 0.980 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.847149 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.282718 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.998 & 0 & 0 & 0 \\ 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.973 & 3 & 0 \\ 409 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.409182 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15.985 \end{bmatrix} \times 10^{-3}, A^{(2)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.720212 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 182 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.367451 & 0 & 0 \\ 0 & 0.980 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.847149 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.102800 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.998 & 0 & 0 & 0 \\ 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.973 & 3 & 0 \\ 409 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.409182 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15.985 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$A^{(3)} = \begin{bmatrix} 0 & 0.75077 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 182 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.367451 & 0 & 0 \\ 0 & 0.980 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.847149 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.100772 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.998 & 0 & 0 & 0 \\ 23 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.973 & 3 & 0 \\ 409 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.409182 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 15.985 \end{bmatrix} \times 10^{-3}, b^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 662 & 0 \end{bmatrix}^T \times 10^{-3}$$

$$b^{(2)} = b^{(1)}, b^{(3)} = b^{(1)}, D^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \times 10^{-3}$$

$$D^{(2)} = \begin{bmatrix} 68 & 0 & 0 & 0 & 98 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \times 10^{-3}$$

$$D^{(3)} = \begin{bmatrix} 173 & 0 & 0 & 0 & 128 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 4 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \times 10^{-3}$$

プラントモデル (28) ~ (31) から文献 (中村, 河辺, 2011) および 2.1 節に述べた手法により制御系設計モデルを導出し, 同モデルを用いて提案する MP-PID 制御と固定ゲインを用いる従来の PID 制御, スタンダードな MPC の性能を比較した結果を示す. 比較指標として, およそ目標温度まで到達する 5[s] 以降の温度応答に対し, 制御出力温度 y と目標温度 T_r との偏差の絶対値 $|e|$ の時間和, および y の温度分散値を用いる.

従来の PID 制御については PID ゲインを試行錯誤的に求めた. また, スタンダードな MPC としては, 目的関数は MP-PID 制御と同様に式 (7), 最高温度制約 (19) と入力制約 (20) を持つ最適化問題の解を入力とする MPC を用いた. すなわち, 制御入力 u が PID 制御則の形に拘束され, ゲイン制約 (21) の制約を受ける MP-PID 制御に対し MPC はその拘束を持たない点が異なっている. MP-PID 制御には PID ゲイン制約 (21) を $-5 \leq K_p \leq 5$, $-5 \leq K_I \leq 5$, $-5 \leq K_D \leq 5$ として与えた. 予測区間長 H_p は, 制御入力 u と状態量相互間の伝熱が y および y_M に反映されるまでの時間を考慮して $H_p = 15$ とし, 式 (7) における重みは, 制御性能のみを考慮して $q_j = 1, r_j = 0$ ($j = 0, \dots, 14$) とした. これをそれぞれ幅 0.1 のグリッドに区切って全探索により解くことで最適ゲインを求めた.

性能検証として以下では Case1~3 の数値シミュレーション結果を示す. プラント伝熱特性を示すプラントインデックス $i \in \{1, 2, 3\}$ の時間変化グラフは図 4 に示す通りで, 3 通りのシミュレーションで全て同じとする.

Case 1. 最高温度制約無し

まず、目標値追従性についてシミュレーションを行った。目標温度を $T_r = 120[^\circ\text{C}]$ 、初期温度 ($x[0]$ の全要素) および T_{mat} と T_{amb} は全て $20[^\circ\text{C}]$ とし、最高温度制約 (19) は設けていない。MP-PID 制御と MPC では入力制約 (20), MP-PID 制御には加えてゲイン制約 (21) を与える。PID 制御においては式 (17) による入力が 0 以下または 100 以上を超える場合にはそれぞれ 0, 100 とし、PID ゲインは $K_P = 2.6, K_I = 1.4, K_D = 0.8$ とした。以上において、MP-PID 制御と PID 制御, MPC を適用した際の制御出力温度ならびに最高温度の時間応答グラフを図 5 に、制御ごとの評価指標値を表 1 に示す。また、MP-PID 制御における PID ゲインの時間応答を図 6 に示す。

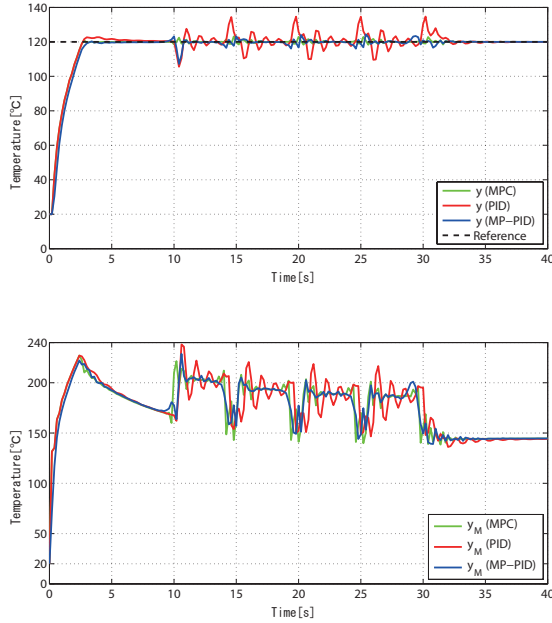


Fig. 5 Case 1: responses of temperature $y = x_1$ (upper) and maximum temperature $y_M = x_8$ (lower) without maximum temperature constraint. In upper graph, the vibration of temperature by the MP-PID control is smaller than the one by the PID control.

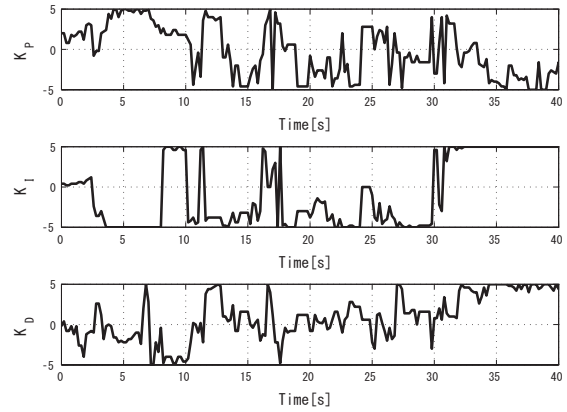


Fig. 6 Case 1: responses of K_P (upper), K_I (middle) and K_D (lower) by the MP-PID control.

図 5 の結果から、特に PID 制御ではシステムの伝熱特性が切り替わるタイミングで温度変動が生じているが、表 1 の数値を見ても MP-PID 制御では MPC ほどではないが PID 制御よりも指標値が小さくなっており、変動が抑えられていることがわかる。これは適切なゲインが制御周期ごとに選ばれたためである。また、図 7 は制御入力とした各制御ごとのデューティ比を示している。これより、MP-PID 制御で入力制約 (20) が守られていることがわかる。

ここで、制約範囲内であるが図 6 に示す通り最適な PID パラメータは常に変動し、図 7 に示されるように制御入力であるデューティ比の時間応答が、MP-PID 制御において急峻に変化している点に留意する。これは、制御入力変化量に重みがない一般的な 2 次形式評価関数 (7) を用いたためであり、MPC でも同様にデューティ比が急激に変化する可能性がある。

Table 1 Case 1: performance evaluation.

	MP-PID	PID	MPC
Average of absolute error $[^\circ\text{C}]$	0.128	0.668	0.014
Standard deviation $[^\circ\text{C}]$	1.387	4.202	0.136
Maximum temperature $[^\circ\text{C}]$	224.490	238.079	229.981

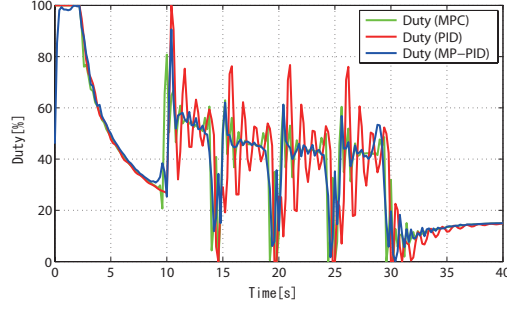


Fig. 7 Case 1: responses of input duty u .

Case 2. 最高温度制約の付加

次に、Case 1 の設定に、許容最高温度 T_M が $210[^\circ\text{C}]$ であるという制約を加えたシミュレーションを行った。このときのそれぞれの制御における制御出力温度ならびに最高温度の時間応答グラフを図 8、評価指標値を表 2 に示す。なお、PID 制御におけるゲインは Case 1 と同様に試行錯誤的に $K_P = 3.0, K_I = 0.1, K_D = 0.6$ とした。これは、式 (20) を満足するゲインとして選んでいる。しかし、PID 制御では一般に 1 入出力系を扱うため、今回のように y_M の制約を満足しつつ y の温度挙動を適切にするという 2 出力を同時に所望する挙動とするようなゲインを求めることは大変困難となる可能性があり、実際、今回の数値シミュレーションでは y_M の制約を満たす PID ゲインでは y の制御性能は大きく劣化している。

これに対して、図 8 および表 2 の結果から、Case 1 と同様に、MP-PID 制御では PID 制御よりも制御指標値が良い値になっている。さらに、最高温度は $210[^\circ\text{C}]$ を超えておらず制約 (8) を満足していることも確認できた。このときの MP-PID 制御における PID ゲインの時間応答は図 9 となった。

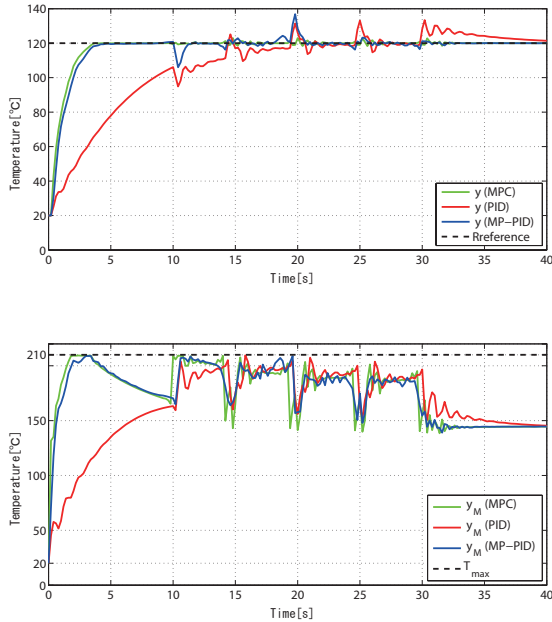


Fig. 8 Case 2: responses of temperature $y = x_1$ (upper) and maximum temperature $y_M = x_8$ (lower) with maximum temperature constraint $x_8 \leq 210^\circ\text{C}$. Compare with the MP-PID control with the PID control, the temperature response by the MP-PID is quick and the vibration is small in upper graph. Lower graph shows the maximum temperature by the MP-PID does not violate the constraint.

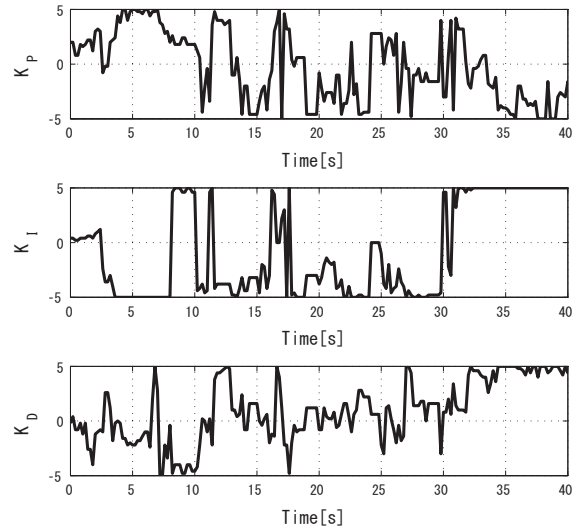


Fig. 9 Case 2: responses of K_P (upper), K_I (middle) and K_D (lower) by the MP-PID control.

Table 2 Case 2: performance evaluation.

	MP-PID	PID	MPC
Average of absolute error [°C]	0.179	4.612	0.113
Standard deviation [°C]	1.387	11.992	0.933
Maximum temperature [°C]	209.934	209.469	209.456

Case 3. 初期温度の変更

最後に、Case 2 の設定で初期温度および T_{mat} と T_{amb} を 20[°C] から 10[°C] とした場合のシミュレーションを行った。このときのそれぞれの制御における制御出力温度ならびに最高温度の時間応答グラフを図 10，評価指標値を表 3 に示す。ここで、PID 制御におけるゲインは Case 2 と同じ $K_P = 3.0, K_I = 0.1, K_D = 0.6$ とした。このゲインは初期温度 20[°C] の条件下におけるゲインであり、Case 3 では初期温度が 10[°C] と異なっているために最高温度が 210[°C] を超過してしまっている。これに対し、MP-PID 制御では初期温度が変化しても温度制約を満足している。このときの MP-PID 制御における PID ゲインの時間応答を図 11 に示す。

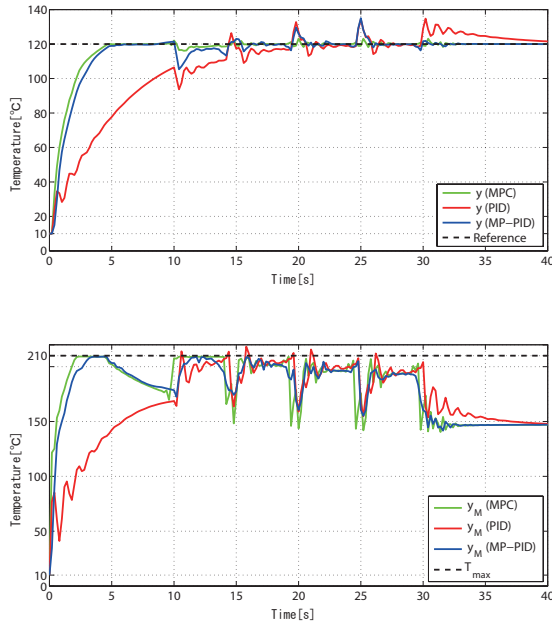


Fig. 10 Case 3: responses of temperature $y = x_1$ (upper) and maximum temperature $y_M = x_8$ (lower) with maximum temperature constraint $x_8 \leq 210$ °C and initial temperature $x(0) = 10$ °C. Compare with the MP-PID control with the PID control, the temperature response by the MP-PID is quick and the vibration is smaller in upper graph. Lower graph shows the maximum temperature by the MP-PID satisfies the constraint. By contrast, the temperature by PID violate the constraint several times.

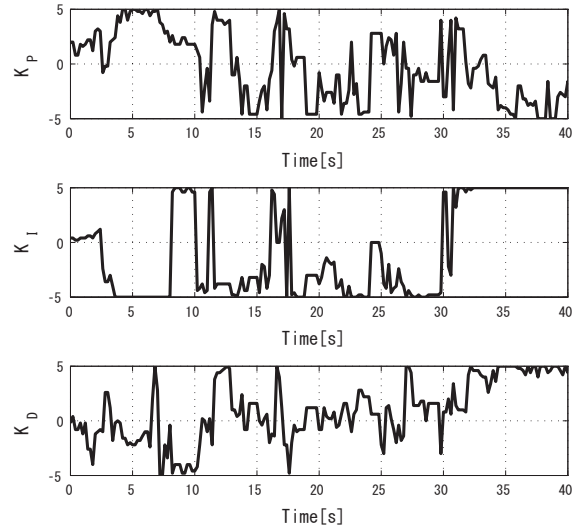


Fig. 11 Case 3: responses of K_P (upper), K_I (middle) and K_D (lower) by the MP-PID control.

Table 3 Case 3: performance evaluation.

	MP-PID	PID	MPC
Average of absolute error [°C]	0.291	4.711	0.067
Standard deviation [°C]	1.387	11.821	0.861
Maximum temperature [°C]	209.934	219.206	209.295

3.2 数値例 2（移動ロボットによる協調運搬作業制御）

次に、著者らの文献 (Nakamura and Kawabe, 2010) にて取り上げた協調運搬作業問題に対してモデル予測型 PID 制御を適用した結果を図 12, 13 に示す。Leader の走行路は直線走行路、相対距離制約は $0.45[\text{m}]$ 以上 $0.55[\text{m}]$ 以下とした。また、その他のパラメータについては同文献の通りとした。この結果より、MP-PID 制御では左折付近で同文献による MPC 応用手法に対し軌道がほぼ一致しており、距離制約を満たしつつ Leader に追従するという制御目的が達成できている。この結果より、本制御手法が熱伝導システムだけでなく、移動ロボットの制御にも有効であり、制御対象に対する汎用性を持っていることが確認できた。移動ロボットモデルは MIMO システムであり、左右輪への入力走行軌道に対してそれぞれ独立ではない。したがって左右輪をそれぞれ PID 制御する際には干渉を考慮しなければならないが、本設計では MPC と同様に状態空間モデルを用いており、MIMO システムを扱いやすい状態空間モデルのメリットを活かし非干渉化（システム制御情報学会, 1992）を意識せず PID ゲインを最適化することができる。

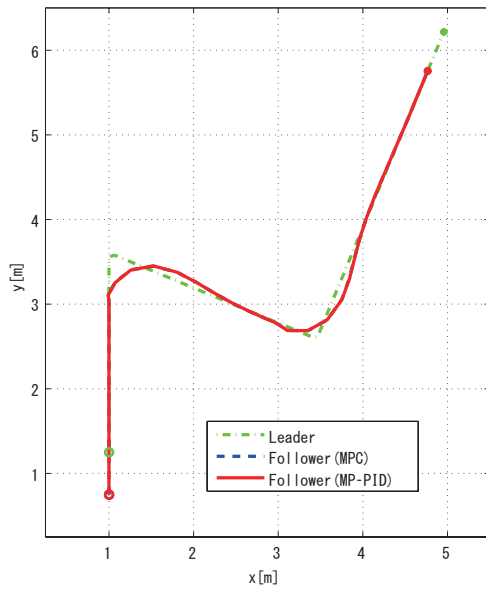


Fig. 12 Path of Leader, and Paths of Follower by the MP-PID control and MPC. This shows Follower which is controlled by the MP-PID can track Leader as same as MPC. There is no significant differences between the MP-PID and MPC.

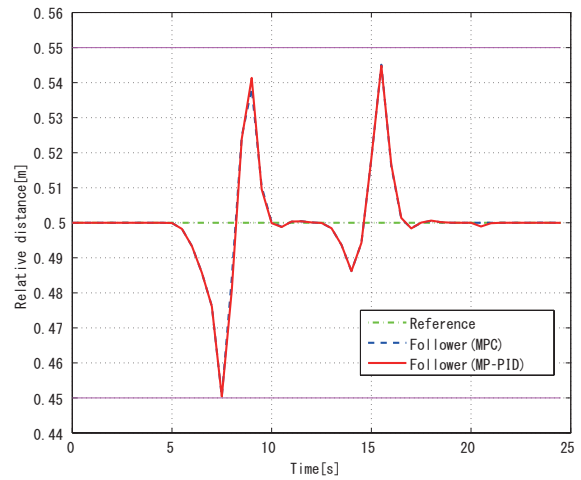


Fig. 13 Responses of the relative distance D between Leader and Follower by the MP-PID control and MPC. This shows the relative distance constraint $0.45 \leq D \leq 0.55$ does not violate by the MP-PID as same as MPC.

4. ま と め

本論文では、PID ゲインに関する制約付き最適化問題を解くことで、PID 制御系の構造を保ちつつモデル予測制御の特長を活かせるモデル予測型 PID 制御手法を提案した。また、性質の異なる制御対象に対して適用した数値例によりその有効性を示した。まず、単入力の熱伝導システム例に対する数値シミュレーションでは、入力制約および最高温度制約の存在下や、初期温度変動に対しても従来の PID 制御より性能が改善されており、提案手法の有効性が確認できた。また、多入力の機械系である移動ロボットの協調運搬作業制御においても左右輪のトルクを MP-PID 制御により計算することで、同様に PID 制御の枠組みにおいて距離制約を考慮しつつ走行させることができた。

これらの結果より、提案する MP-PID 制御手法は PID 制御では困難だった制約条件を考慮した制御が行えること、多入力システムに対しても非干渉化を意識せずそのまま適用可能といったメリットを持っている。加えて、制御系設計でよく用いられる離散時間状態空間モデルを用いて設計が行える上に従来手法（河辺他, 2011）で用い

ていた逆行列が不要であることも特長である。また、数値例で示したとおり、動特性の遅い熱系、反対に速い機械系それぞれに対して有効であった。以上のことから、入力や状態量などに制約があるような実社会における一般的な制御対象に対しても、提案手法は制御対象の動特性や入力の数に依存せず、従来用いられてきた PID 制御器の構造をそのまま用いているために例えば MPC よりも導入へのハードルが低く、PID 制御よりも制御性能向上が見込める汎用性および実用性の高い制御手法である。

一方、まだ純粋な MPC との性能差は残っており、今後の課題として、これを解消または低減することが求められる。そのために、導入コストが低い、あるいは既に設置済みであることが期待できる FF 制御器を含めた 2 自由度 PID 制御系へと拡張することを現在検討中である。なお、本論文では、予測計算や最適化問題の解計算は、使用する計算機の搭載メモリや演算処理装置にて実行できることを前提としているが、実際にはこれらはコスト削減の観点から安価なものが望ましい。したがって、モデルの低次元化や、MP-PID 制御のオフライン化（例えば、状態量がとりうる領域を細かくグリッドに分割し、各グリッドの状態量に対して事前計算を行い、対応する最適 PID ゲインのテーブルを作成しておく）などにより、制御実行時の計算量を削減する方法についても改善を行い、より実用性の高い制御法を目指していくことが重要である。また、実用性を高める観点から、PID ゲインパラメータが急激な変化をとりうる点への対処が必要となる場合がある。例えば急激な変化を起こすことで問題のある制御対象（例えば制御器の故障など）に対しては、評価関数に制御入力変化率を加えたり、制御入力に変えて制御変化率を用いたりすることを検討しており、この点も今後の課題となる。

文 献

- 伊藤朋之, 有限差分法による定着プロセスの熱伝導計算（非定常問題）, 日本画像学会技術講習会：スプレッドシートを用いた電子写真シミュレーション実習 (2009), pp.1-8.
- 河辺徹, 小暮洋輔, 中村亘, 森川耕一, 有川哲郎, モデル予測型 PID 制御による電気自動車のトラクションコントロール, 日本機械学会論文集 C 編, Vol.77, No.781 (2011), pp.3375-3385.
- Maciejowski, J.M., 足立修一, 菅野政明 (訳), モデル予測制御—制約のもとでの最適制御— (2005), pp.1-11, 東京電機大学出版局.
- 増田士朗, 山本透, 大嶋正裕, モデル予測制御—Ⅲ—一般化予測制御 (GPC) とその周辺, システム/制御/情報, Vol. 46, No. 9 (2002), pp. 578-584.
- Nakamura, K. and Kawabe, T., Cooperative carrying task control based on receding horizon control for mobile robots, International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, Issue 3, Vol.4 (2010), pp.129-136.
- 中村亘, 河辺徹, 熱伝導システムに対する制御系設計モデルの一導出法, 計測自動制御学会論文集, Vol. 47, No.11 (2011), pp.527-533.
- Sato, T., Design of a GPC-based PID controller for controlling a weigh feeder, Control Engineering Practice, Vol.18 (2010), pp.105-113.
- システム制御情報学会, システム同定入門 (1994), pp.7-8, 朝倉書店.
- システム制御情報学会, PID 制御 (1992), pp.9-38, 朝倉書店.
- 日本機械学会, 伝熱工学 (J S M E テキストシリーズ) (2005), p.25, 日本機械学会.
- Xu, M., Li, S., Qi, C. and Cai, W., Auto-tuning of PID controller parameters with supervised receding horizon optimization, ISA Transactions, Vol.44 (2005), pp.491-500.
- 山田哲也, 米田哲, 林英詞, 山田貴, 米川のぼる, ベルトを用いたフルカラー定着システム, 第 80 回電子写真学会研究討論会 (1997), pp.65-68.
- 山本重彦, 加藤尚武, PID 制御の基礎と応用 (2005), pp.87-97, 朝倉書店.

References

- Itoh, T., Yuugensabunhoh ni yoru teichaku process no netsudendoukeisan (hiteijoh mondai), The Imaging society of japan Lecture Course: Spreadsheet wo mochiita densishashin simulation jissyu (2009), pp.1–8 (in Japanese).
- Kawabe, T., Kogure, Y., Nakamura, K., Morikawa, K. and Arikawa, T., Traction control of electric vehicle by model predictive PID controller, Transactions of the Japan Society of Mechanical Engineers, Series C, Vol.77, No.781 (2011), pp.3375–3385 (in Japanese).
- Maciejowski, J.M. (translated by Adachi, S. and Sugano, M.), Predictive control with constraints (2005), pp.1–11, Tokyo Denki University Press (in Japanese).
- Masuda, S., Yamamoto, T. and Ohshima, M., Model predictive control-III : generalized predictive control (GPC) and the relevant topics, Systems, control and information, Vol. 46, No. 9 (2002), pp. 578–584 (in Japanese).
- Nakamura, K. and Kawabe, T., Cooperative carrying task control based on receding horizon control for mobile robots, International Journal of Circuits, Systems and Signal Processing, Issue 3, Vol.4 (2010), pp.129–136.
- Nakamura, K. and Kawabe, T., A derivation method for system design model of a heat conduction plant, Transactions of SICE, Vol. 47, No.11 (2011), pp.527–533 (in Japanese).
- Sato, T., Design of a GPC-based PID controller for controlling a weigh feeder, Control Engineering Practice, Vol.18 (2010), pp.105–113.
- The Institute of Systems, Introduction to system identification (1994), pp.7–8, Asakura Publishing Co., Ltd. (in Japanese).
- The Institute of Systems, PID control (1992), pp.9–38, Asakura Publishing Co., Ltd. (in Japanese).
- The Japan Society of Mechanical Engineers ed., Heat transfer (2005), p.25, The Japan Society of Mechanical Engineers (in Japanese).
- Xu, M., Li, S., Qi, C. and Cai, W., Auto-tuning of PID controller parameters with supervised receding horizon optimization, ISA Transactions, Vol.44 (2005), pp.491–500.
- Yamada, T., Yoneda, S., Hayashi, H., Yamada, T. and Yonekawa, N., Fixing system with a belt for full-color, In Proceeding of Japan Hardcopy Fall Meeting (1997), pp.65–68 (in Japanese).
- Yamamoto, S. and Kato, N., PID seigyō no kiso to ōyō (2005), pp.87–97, Asakura Publishing Co., Ltd. (in Japanese).